

تمرینات بهینه سازی غیر خطی

موعد تحویل: هفته آخر کلاس ها

1: مساله زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & f(x) = x_1^2 + x_1^2 x_3^2 + 2x_1 x_2 + x_2^4 + 8x_2 \\ \text{subject to} \quad & 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 3. \end{aligned}$$

الف: کدام یک از نقاط زیر نقطه ایستای آن است؟

$$(0,0,2), (0,0,3), (1,0,1)$$

ب: مشخص کنید نقاط ایستا ماکسیم موضعی است یا مینیم موضعی؟

2: ماکسیم یا مینیم تابع زیر با محدودیت داده شده را بدست آورید.

$$f(x_1, x_2) = x_2 \text{ subject to } x_1^3 + x_2^3 - 3x_1 x_2 = 0.$$

3: مساله زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & f(x) = c^T x \\ \text{subject to} \quad & Ax = b. \end{aligned}$$

اگر مساله یک نقطه شدنی داشته باشد نشان دهید یا بی کران است یا هر نقطه شدنی آن بهینه است.

4: مساله زیر را در نظر بگیرید

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & f(x) = \frac{1}{2} x^T Q x - c^T x \\ \text{subject to} \quad & Ax = b. \end{aligned}$$

نشان دهید  $x^*$  یک مینیم موضعی آن است اگر فقط اگر مینیم سراسری آن باشد.

5: مساله زیر را در بگیرید

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & f(x) = x_1^2 + x_2^2 \\ \text{subject to} \quad & x_1 + x_2 = 2. \end{aligned}$$

$$Z = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

فرض کنید که  $Z$  پایه برای فضای پوچ ماتریس ضرایب است. نشان دهید شرط لازم مرتبه اول در

(1,1) برقرار است ولی شرط لازم مرتبه دوم برقرار نیست.