

فصل ۲: حرکت در یک بعد

۵- شخصی برای پیمودن فاصله بین دو شهر، نصف زمان لازم را با سرعت v_1 و نصف دیگر را با سرعت v_2 رانندگی می کند. شخص در راه برگشت، نصف مسافت را با سرعت v'_1 و نصف دیگر را با سرعت v'_2 می پیماید. الف) سرعت متوسط اتومبیل در مسیر رفت و ب) سرعت متوسط اتومبیل در راه برگشت، و پ) در کل مسافرت رفت و برگشت، چقدر است؟ ت) نمودار تغییرات x بر حسب t را برای قسمت " الف " با فرض اینکه حرکت در جهت مثبت محور x ها انجام شده است رسم کنید. نشان دهید چگونه می توان سرعت متوسط را از روی نمودار معین کرد.

۲۱- مکان ذره ای که در طول محور x حرکت می کند، بر حسب زمان از معادله $x = ct^2 - bt^3$ به دست می آید، که در آن x بر حسب متر و t بر حسب ثانیه است. الف) c و b چه یکه هایی باید داشته باشند؟ ب) در چه زمانی ذره به دورترین مکان خود در طرف x مثبت می رسد؟ پ) سرعت لحظه ای و شتاب لحظه ای ذره را به دست آورید؟

۲۵- شتاب الکترونی مقدار a است. در لحظه ای معین سرعت الکترون v_1 است. سرعت الکترون را t_1 ثانیه بعد و t_1 ثانیه قبل به دست آورید.

۳۶- در لحظه ای که چراغ راهنمایی سبز می شود خودرویی با شتاب ثابت a به راه می افتد. در همان لحظه خودرویی دیگر که با سرعت ثابت v_0 در حرکت است، به خودروی اول می رسد و از آن پیشی می گیرد. الف) خودروی اول در چه فاصله ای از چراغ راهنمایی از خودروی دوم جلو می افتد؟ ب) سرعت خودروی اول در آن لحظه چقدر است؟

۳۷- در متوقف کردن یک اتومبیل به هنگام لزوم، برای شروع به ترمز کردن ابتدا زمان واکنش معینی صرف می شود و سپس با ترمز کردن به نحوی ثابت، حرکت اتومبیل کند می شود. فرض کنید در هنگام ترمز کردن مسافت کل پیموده شده توسط اتومبیل، در هر دو مرحله d متر برای سرعت آغازی v_0 و d' متر برای سرعت آغازی v'_0 باشد. الف) زمان واکنش چقدر است؟ ب) شتاب کند کننده اتومبیل چیست؟

۳۹- ارتفاع مسیر آسانسور h و سرعت بیشینه آسانسور v_1 است. بزرگی شتاب تند کننده و کندکننده آسانسور a است. الف) آسانسور از موقعی که از حال سکون به راه می افتد و با شتاب به سرعت بیشینه می رسد، چه مسافتی می پیماید؟ ب) چه مدت طول می کشد تا آسانسور از حال سکون به راه بیفتد تا ارتفاع h متری را پیماید و دوباره به حال سکون برسد؟

۴۸- سنگی از بالای ساختمانی به ارتفاع h از حال سکون رها می شود. سنگ یک ثانیه پیش از رسیدن به زمین در چه ارتفاعی قرار دارد؟

۴۹- کلیدی از روی پلی که h متر بالاتر از سطح آب قرار دارد سقوط می کند. این کلید مستقیماً درون قایقی می افتد که با سرعت ثابت در حال حرکت است و در لحظه رها شدن در فاصله d متری پیش از محل برخورد قرار داشته است، سرعت قایق چقدر است؟

۵۲- یک موشک از زمین به طور قائم شلیک می شود. به مدت t_1 ثانیه با شتاب ثابت a صعود می کند. سپس سوخت موشک تمام می شود. در نتیجه، موشک مانند یک ذره در حال سقوط آزاد به حرکتش به طرف بالا ادامه می دهد و در نهایت به زمین می افتد. الف) موشک حداکثر به چه ارتفاعی می رسد؟ ب) زمان کل سپری شده از لحظه بلند شدن موشک تا برخورد آن به زمین چقدر است؟

۵۵- از دوشی که در ارتفاع h متری از سطح زمین قرار دارد، قطره های آب به زمین می ریزند. این قطره ها در بازه های زمانی منظم (مساوی) سقوط می کنند و در لحظه ای که قطره اول به زمین می رسد، قطره چهارم شروع به افتادن می کند. در لحظه ای که قطره اول به زمین می رسد، محل قطره دوم و سوم را پیدا کنید.

۵۷- دو گلوله از حالت سکون به فاصله زمان یک ثانیه از یک ارتفاع رها می شوند. چه مدت پس از رها شدن گلوله اول، فاصله گلوله ها h متر خواهد بود؟

۶۱- آسانسور رو بازی با سرعت ثابت v' در حال بالا رفتن است. هنگامی ارتفاع کف آسانسور از زمین به H می رسد، شخصی درون آسانسور توپی را از ارتفاع h متری کف آسانسور به طور قائم به بالا پرتاب می کند. سرعت آغازی توپ نسبت به آسانسور v''_0 است. الف) توپ حداکثر تا چه ارتفاعی نسبت به زمین بالا می رود؟ ب) چه مدت طول می کشد تا توپ به کف آسانسور برگردد؟

۶۲- سنگی به طور قائم به بالا پرتاب می شود. سنگ در موقع بالا رفتن با سرعت v از نقطه A و با سرعت $\frac{1}{2}v$ از نقطه B که h متر بالاتر از نقطه A قرار دارد، عبور می کند. مطلوب است محاسبه الف) سرعت v ، و ب) بیشینه ارتفاعی که سنگ در بالاتر از نقطه B به آن می رسد.

۶۵- شخصی متوجه می شود که جسمی از مقابل یک پنجره باز، ابتدا بالا می رود و سپس پایین می آید. جسم در کل رفت و برگشت به مدت t ثانیه در معرض دید بوده و ارتفاع پنجره از بالا به پایین h متر است. جسم تا چه ارتفاعی از لبه پنجره بالاتر رفته است؟

فصل ۴ : حرکت دو بعدی و سه بعدی

۱۶- ذره A با سرعت ثابت v در راستای خط $y = A$ (مقدار ثابت است) که با محور مثبت x موازی است، حرکت می کند. ذره B با سرعت صفر و با شتاب ثابت a در همان لحظه عبور ذره A از محور y از مبدا شروع به حرکت می کند. زاویه θ میان a و محور y مثبت چقدر باشد تا این دو ذره به هم برخورد کنند؟

۱۷- تفنگی به طور افقی یک هدف واقع در d متری را نشانه می گیرد. گلوله تفنگ به فاصله h پایین تر از نقطه نشانه گیری شده برخورد می کند. الف) مدت زمان شلیک گلوله و ب) تندی خروج گلوله از لوله تفنگ چقدر است؟

۱۸- گلوله کوچکی که بر روی یک مسیر افقی به ارتفاع h می غلتد، از لبه ی میز پایین می افتد و در فاصله ی افقی d از لبه ی میز به زمین برخورد می کند. الف) گلوله چه مدت در هوا می ماند؟ ب) سرعت گلوله در لحظه جدا شدن از لبه میز چقدر است؟

۲۵- تفنگی گلوله ای را با سرعت v_0 به سوی یک هدف واقع در فاصله ی d متری و هم سطح با تفنگ، شلیک می کند. به چه اندازه ای بالاتر از هدف باید نشانه گیری کرد تا گلوله به هدف برخورد کند؟

۲۷- نشان دهید بیشینه ارتفاعی که یک پرتابه به آن می رسد، $y_{\max} = (v_0 \sin \theta_0)^2 / 2g$ است.

۲۸- توپی را با سرعت v_0 تحت زاویه θ_0 درجه نسبت به راستای افقی به سوی دیوار پرتاب می کنیم. فاصله دیوار تا نقطه رها شدن توپ d است. الف) توپ در چه فاصله ای بالاتر از نقطه ی پرتاب به دیوار برخورد می کند؟ ب) مولفه های افقی و قائم سرعت توپ در لحظه ی برخورد توپ به دیوار چقدر است؟ ج) آیا توپ هنگام برخورد به دیوار از بالاترین نقطه ی مسیر خود عبور کرده است؟

۳۵- توپی از بالای پلکانی با سرعت افقی v_0 به پایین می غلتد. ارتفاع هر پله h و پهنا ی هر پله w است. توپ ابتدا به کدام پله برخورد می کند؟

۴۰- تنیس بازی با راکت یک ضربه افقی در ارتفاع H متری سطح زمین بازی، به مرکز گوی تنیس می زند و سرعت افقی v_0 را به گوی می دهد. تور در فاصله ی d متری گوی قرار دارد و ارتفاع آن h متر است. آیا گوی هنگام رسیدن به تور از بالای آن عبور می کند؟

(اکنون فرض کنید ضربه مانند پیش، اما تحت زاویه 5 درجه زیر راستای افقی به گوی زده می شود. گوی هنگام رسیدن به تور آیا از بالای آن عبور می کند؟ فاصله ی مرکز گوی تا لبه ی تور چقدر است؟)

۴۱- در مسابقه ای، بازیکنی می تواند با یک ضربه، سرعت آغازی V_0 را به توپ بدهد. اگر تیر افقی دروازه h متر بالاتر از سطح زمین باشد و بازیکن بخواهد از فاصله d متری مقابل دروازه توپ را از بالای تیر عبور دهد، در گستره میان کدام دو زاویه باید به توپ ضربه بزند؟

۴۷- الف) شتاب مرکزگرای یک جسم در اثر چرخش زمین در استوا چقدر است؟ ب) دوره تناوب چرخش زمین چقدر باید باشد تا بزرگی شتاب مرکزگرای اجسام واقع در استوا g باشد؟
۵۱- شخصی سنگی را که به ریسمانی به شعاع r بسته شده است، بر روی دایره ای افقی در ارتفاع h می چرخاند. در اثر پاره شدن ریسمان، سنگ به طور افقی پرتاب می شود و پس از پیمودن مسافت افقی d به زمین می خورد. شتاب مرکزگرای سنگ در حین حرکت دایره ای چقدر است؟

۵۴- قایقی با سرعت V'_1 نسبت به آب رود خانه در خلاف جهت آب حرکت می کند. آب با سرعت u نسبت به زمین جریان دارد. الف) سرعت قایق نسبت به زمین چقدر است؟ ب) شخصی در قایق با سرعت V_2 نسبت به قایق از قسمت جلو به سمت عقب راه می رود. سرعت شخص نسبت به زمین چقدر است؟

۵۷- قطره های باران در راستای قائم و با سرعت ثابت v_1 می بارند. از دید راننده ای که در جاده ی افقی و مستقیم با سرعت v_2 حرکت می کند، قطره های باران تحت چه زاویه ای نسبت به راستای قائم سقوط می کند؟

۵۹- قطاری با سرعت v_2 به سمت جنوب حرکت می کند و قطره های باران به دلیل وزش باد، متمایل به سمت جنوب فرو می ریزند. از دید ناظری که روی زمین ایستاده مسیر قطره های باران با راستای قائم زاویه θ درجه می سازد. اما از دید ناظری که در قطار نشسته است، قطره های باران کاملاً به طور قائم می بارند. سرعت قطره های باران را نسبت به زمین حساب کنید.

۶۳- در رودخانه ای به پهنای d که از میان جنگلی به سمت مشرق عبور می کند، آب با سرعت یکنواخت u جریان دارد. شخصی می خواهد از یک مکان بی درخت واقع در ساحل جنوبی رودخانه با قایقی به سرعت v' نسبت به جریان آب، از رودخانه عبور کند. نقطه مورد نظر شخص در آن طرف رودخانه نسبت به نقطه مقابل شروع حرکتش در ساحل جنوبی، به فاصله l متر در سمت بالای جریان آب قرار دارد. شخص قایق را در چه جهتی باید هدایت کند تا بتواند به خط راست از نقطه شروع حرکت به نقطه مورد نظر در ساحل شمالی برسد؟ چه مدت طول می کشد تا قایق از رودخانه بگذرد؟

(قایق در چه جهتی باید هدایت شود تا بتواند به خط راست و در کمترین زمان ممکن، از نقطه شروع حرکت به نقطه مورد نظر در ساحل شمالی برسد؟)

۷- چرخشی به شعاع R بر روی یک سطح افقی، بدون لغزش می‌گردد. در لحظه t_1 نقطه P روی لبه چرخ در تماس با سطح می‌باشد و در لحظه t_2 بعدی، چرخ به اندازه نیم دور چرخیده است. الف) بزرگی و ب) زاویه جابجایی نقطه P نسبت به سطح زمین چقدر است؟

۲۳- ثابت کنید که اگر بردار مجموع دو بردار بر بردار تفاضل آنها عمود باشد، بزرگی‌های دو بردار برابرند.

۲۵- هرگاه دو بردار با بزرگی‌های a و b را از ابتدای بردارها به هم وصل کنیم، با یکدیگر زاویه θ می‌سازند. با استفاده از مولفه‌های این بردارها در راستای دو محور عمود برهم، ثابت کنید که بزرگی r ، مجموع دو بردار، برابر است با $r = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$.

۳۱- زاویه بین دو بردار را با استفاده از مفهوم ضرب داخلی به دست آورید.

۳۳- نشان دهید مساحت مثلث حاصل از بردارهای \vec{a} و \vec{b} و خط‌واصل سرهای دو بردار برابر با $\frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$ است.

۳۵- الف) نشان دهید که بردارهای \vec{a} و \vec{b} هر چه باشند، حاصلضرب $(\vec{b} \times \vec{a}) \cdot \vec{a}$ برابر با صفر است. ب) اگر زاویه بین بردارهای \vec{a} و \vec{b} برابر با θ باشد، بزرگی بردار $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{a})$ چقدر است؟