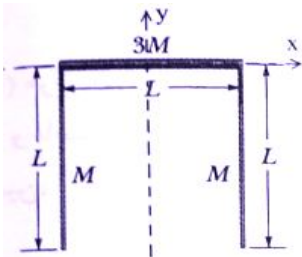


۴- سه میله باریک یکنواخت، هر کدام به طول  $L$  مطابق شکل به هم متصل شده اند. جرم دو میله روبروی هم مقدار  $M$  و جرم میله سوم  $3M$  می باشد. مرکز جرم این دستگاه در کجا قرار دارد؟



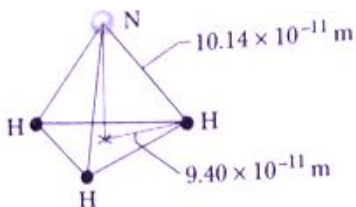
جواب :

برای حل این مسئله، ابتدا مرکز جرم هر میله را مشخص می کنیم. سپس با استفاده از معادله مرکز جرم برای دستگاه چند ذره ای، مرکز جرم این دستگاه را محاسبه می کنیم.  
 مرکز جرم میله ی افقی به صورت  $x_{cm1} = 0$  و  $y_{cm1} = 0$  می باشد.  
 مرکز جرم میله ی عمودی سمت راست به صورت  $x_{cm2} = L/2$  و  $y_{cm2} = -L/2$  می باشد.  
 مرکز جرم میله ی عمودی سمت چپ به صورت  $x_{cm3} = -L/2$  و  $y_{cm3} = -L/2$  می باشد.

$$x_{cm} = \frac{3Mx_{cm1} + Mx_{cm2} + Mx_{cm3}}{3M + M + M} = \frac{3M(0) + M\left(\frac{L}{2}\right) + M\left(-\frac{L}{2}\right)}{5M} = 0$$

$$y_{cm} = \frac{3My_{cm1} + My_{cm2} + My_{cm3}}{3M + M + M} = \frac{3M(0) + M\left(-\frac{L}{2}\right) + M\left(-\frac{L}{2}\right)}{5M} = -\frac{L}{5}$$

۷- در مولکول آمونیاک ( $NH_3$ )، سه اتم هیدروژن (H) یک مثلث متساوی الاضلاع تشکیل می دهند. فاصله مرکز مثلث از هر اتم هیدروژن مقدار  $a$  می باشد. اتم نیتروژن (N) در راس هرم قرار دارد. نسبت جرم اتمی نیتروژن به جرم اتمی هیدروژن ۱۴ و فاصله آنها از هم مقدار  $b$  می باشد. محل مرکز جرم مولکول آمونیاک را معین کنید.



جواب :

برای حل این مسئله، دستگاه مختصات سه بعدی را به نحوی در نظر می گیریم که صفحه ی  $xy$  دستگاه مختصات، همان صفحه قرار گرفتن سه اتم هیدروژن و مرکز قاعده هرم، مبدا مختصات باشد. می توان مبدا را به عنوان مرکز جرم سه اتم هیدروژن در نظر گرفت.  
 فاصله اتم نیتروژن از این نقطه مقدار  $h$  می باشد.

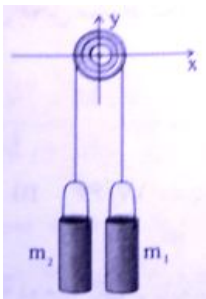
$$h = \sqrt{b^2 - a^2}$$

مختصات مرکز جرم مولکول :

$$x_{cm} = 0, \quad y_{cm} = 0$$

$$z_{cm} = \frac{3M_H(0) + M_N(h)}{3M_H + M_N} = \frac{14M_H(\sqrt{b^2 - a^2})}{3M_H + 14M_H} = \frac{14\sqrt{b^2 - a^2}}{17}$$

۱۷- دو ظرف مشابه با محتوای یکسان، توسط ریسمان بدون جرمی که از یک قرقره بدون اصطکاک با جرم ناچیز به قطر  $d$  گذشته است، به هم متصل شده اند. این دو ظرف در یک سطح قرار دارند. جرم آغازی هر ظرف مقدار  $m$  می باشد. الف) مکان افقی مرکز جرم دو ظرف را به دست آورید؟ ب) اگر به اندازه ده درصد از جرم یک ظرف، به جرم ظرف دیگر اضافه کنیم و مانع حرکت ظرف ها شویم، مکان افقی مرکز جرم چه تغییری می کند؟ پ) اگر ظرف ها را رها کنیم، مرکز جرم در چه جهتی حرکت می کند؟ ت) شتاب مرکز جرم را به دست آورید؟



جواب :

الف) اگر مبدا مختصات را مرکز قرقره در نظر بگیریم، مکان افقی مرکز جرم دو ظرف یکسان به صورت  $x_{cm} = 0$  می باشد.

ب) مکان افقی مرکز جرم هر کدام از ظرف ها مطابق شکل، دقیقا در راستای لبه قرقره قرار دارد. بنابراین :

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m \left(\frac{d}{2}\right) + 1.2m \left(-\frac{d}{2}\right)}{m + 1.2m} = -\frac{d}{22}$$

پ) مرکز جرم، همیشه به سمت جسم سنگین، نزدیک تر است. بنابر این به سمت پایین حرکت می کند.  
ت) شتاب ظرف ها یکسان است ولی جهت حرکت آنها مخالف هم می باشد. شتاب هر کدام از ظرف ها به صورت زیر محاسبه می شود :

$$m_2 g - m_1 g = (m_1 + m_2) a$$

$$(1.2 m - m) g = (m + 1.2m) a \quad a = g / 11$$

$$a_{cm} = \frac{m_1 a_1 + m_2 a_2}{m_1 + m_2} = \frac{m(g/11) + 1.2m(-g/11)}{m + 1.2m} = -\frac{g}{121}$$